LA TASA DE INTERÉS ANTICIPADA Y SUS APLICACIONES

La tasa de interés vencida es aquella que se utiliza en una operación financiera cuya liquidación se efectúa al final del un periodo[1] y la tasa de interés anticipada, a diferencia de la anterior, la liquidación es al inicio del periodo. Por ejemplo, si una persona recibe un préstamo de S/. 1,000.00 para ser pagado dentro de un mes y el banco comercial le cobra por el préstamo una tasa de interés efectiva mensual de un valor del 3%, y no se especifica si la tasa de interés es vencida o anticipada, entonces, sea asume que ésta es vencida. Siguiendo el ejemplo, dentro de un mes la persona tendrá que devolver el monto prestado más el interés que sería el 3% del préstamo, es decir, S/. 30.00. La persona recibe hoy el préstamo sin embargo sólo cuando finaliza el periodo de un mes, paga el interés. Este tipo de operación de préstamo es el más común cuando se recibe una cantidad de dinero sin entregar un documento a cambio, como puede ser una letra o pagaré.

Con la finalidad de explicar el concepto de la tasa de interés anticipada y su aplicación en las finanzas, desarrollaremos un ejemplo hipotético.

Supongamos que una empresa “A”, posee una letra que vence en 30 días.

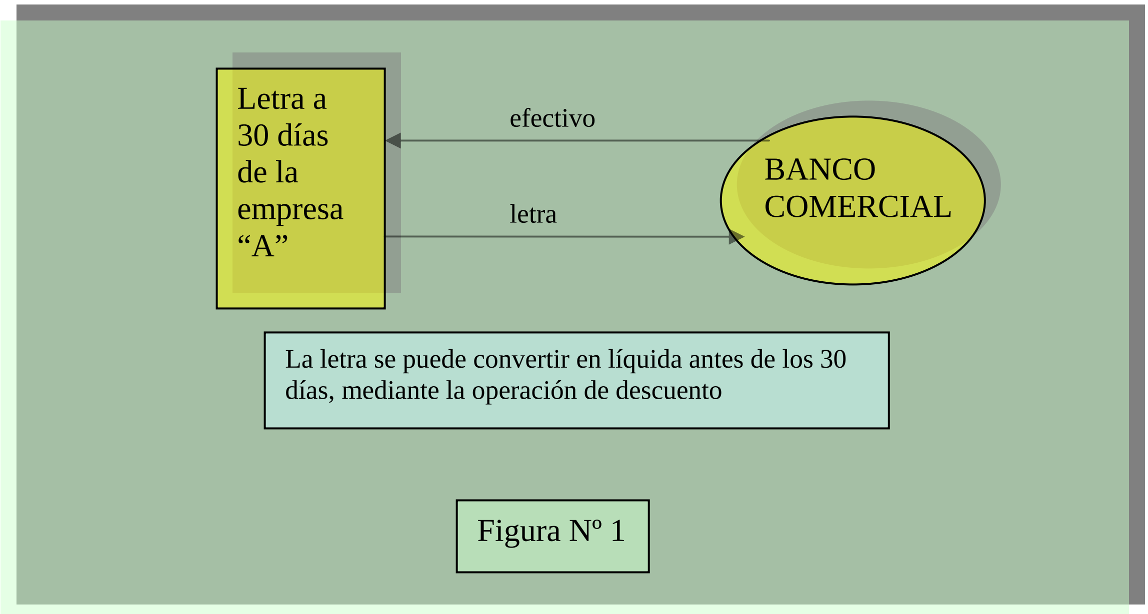

Figura Nº 1

[1] Jaime García, “Matemática Financiera con ecuaciones en diferencia”, cuarta edición, Pearson, Santa Fe de Bogotá, D.C., Colombia, 2000; página 82

La persona “B” firmó la letra a la empresa “A” por un valor nominal “N”, lo que significa que dentro de 30 días esta persona debe pagar a la empresa la cantidad “N”. Esta persona A puede ser un cliente de la empresa A.
Esta empresa requiere liquidez el día de hoy y ha decidido pedir un préstamo a un banco comercial en lugar de 30 días, tal como tendría que hacer dada la característica de la letra por vencer.
El banco comercial le aplica una tasa de interés efectiva mensual “i”, luego la pregunta será, ¿cuál será el procedimiento para que el banco comercial le preste dinero en efectivo a la empresa a cambio de la letra por vencer? Como esta letra vence dentro de 30 días, entonces, el banco le prestará a la empresa el valor presente del valor nominal de la letra, es decir, “N”, descontada con la tasa de interés efectiva “i”.

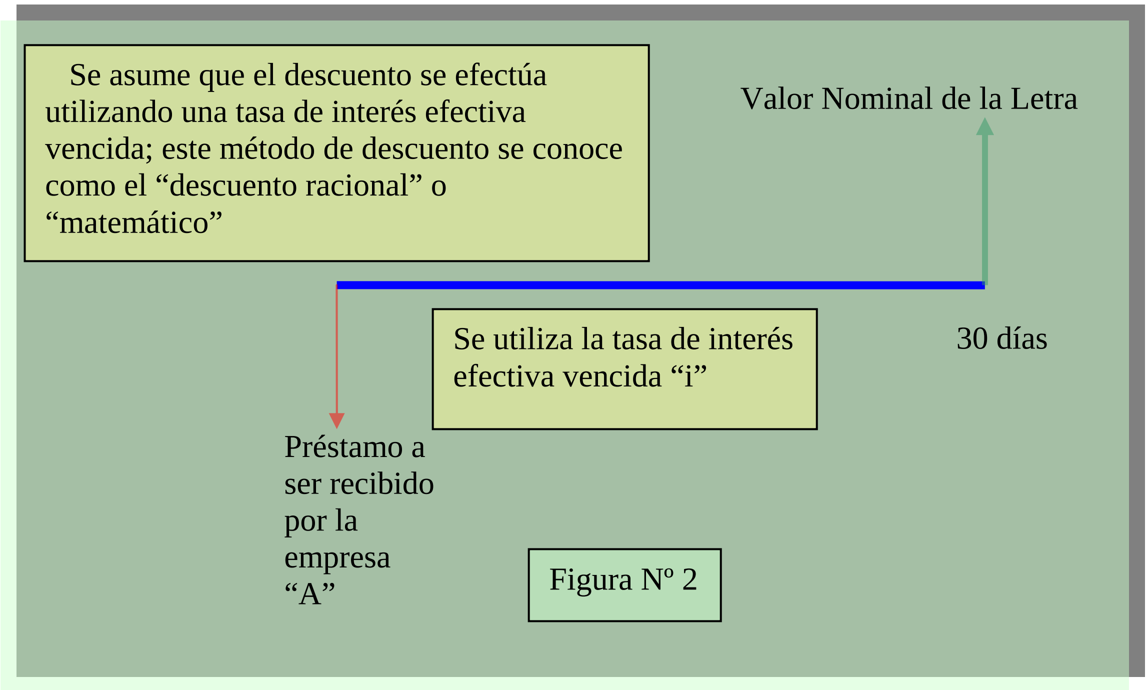

Figura Nº 2

Si utilizamos el diagrama de flujos de la Figura Nº 2, el valor futuro es el valor nominal de la letra, “N”, su valor presente es “P”, y se utiliza la tasa de interés efectiva vencida “i”. Luego tendremos lo siguiente:

$$P = N.\frac{1}{(1+i)}$$

En otras palabras, “P” es el valor equivalente de “N”, en el periodo cero, asumiendo como tasa de descuento una tasa de interés efectiva vencida. En tal sentido, cuando la empresa “A” entrega la letra para ser descontada, el préstamo a ser recibido por la empresa “A” es menor que el valor nominal de la letra “N”, es decir, el banco comercial descuenta del valor nominal de la letra un porcentaje determinado de acuerdo a su política comercial. Este descuento es el interés que se cobra por adelantado el banco y a su vez es el costo del crédito, luego tenemos que:

$$Interés = N - N.\frac{1}{(1+i)}$$

La ecuación anterior no se explica que el interés cobrado por el banco comercial es la diferencia entre el valor nominal de la letra y el valor presente del valor nominal de la letra, descontada con la tasa de interés efectiva vencida. Este interés es denominado “el descuento” efectuado por el banco comercial y este descuento es el interés cobrado por adelantado. En otras palabras, el préstamo original es del valor de la letra pero como el interés se paga por adelantado, entonces el valor neto a ser recibido es menor que el valor nominal de la letra. Esta operación financiera de descuento es conocida como el descuento racional o matemático, y se le llama así porque utiliza una tasa de interés efectiva vencida. También se le denomina de esta forma porque es el método más usado para convertir valores futuros en valores presentes. Luego tenemos que:

$$Descuento = N - N.\frac{1}{(1+i)}$$

SIn embargo, existe otro método, que aún dando los mismos resultados en el cálculo del descuento, se hace más simple su respectivo uso. Este método de descuento es denominado el descuento bancario y consiste en aplicar una tasa de interés directamente al valor nominal de la letra. La tasa de interés utilizada en este método se le denomina, la “tasa de interés efectiva anticipada” o “adelantada”. Al aplicar esta tasa de interés anticipada, se obtiene el mismo valor del descuento que si se utilizara la tasa de interés vencida.

Supongamos que la empresa “A”, tiene en su poder una letra de un valor nominal de S/. 1,000.00 con fecha de vencimiento dentro de un año. El descuento se efectuará en un banco comercial que cobra una tasa de interés efectiva vencida de 10%. Luego el valor del préstamo descontado será el siguiente:

$$P = \frac{S/.1000}{1+0.1} = S/.909.09$$

El descuento será el siguiente:

$$descuento = N - P = S/.1000 - \frac{S/.1000}{1+0.1} = S/.90.909$$

Si efectuamos arreglos algebraicos a la anterior expresión:

$$descuento = S/.1000 - \frac{S/.1000}{1+0.1} = S/.90.909$$

Asumiendo que “d” es la tasa anticipada que aplicada directamente al valor nominal de la letra nos da el mismo valor del descuento racional o matemático, tendremos que:

$$descuento = d.N = d.(S/.1000)$$

Teniendo el valor del descuento y del valor nominal de la letra descontada:

$$d = \frac{descuento}{N} = \frac{S/.90.909}{S/.1000} = 0.090909 \approx 9.0909\%$$

Como podemos observar, existirá una equivalencia ente la tasa de interés vencida y la tasa de interés anticipada, de tal manera que ambas nos den el mismo valor del descuento de la letra.
Efectuando el análisis anterior pero utilizando como tasa de interés vencida “i”, teneos que:

$$descuento = S/.1000 - \frac{S/.1000}{(1+i)} = \frac{S/.1000.(1+i) - S/.1000}{(1+i)}$$

$$descuento = \frac{S/.1000.(1+i-1)}{(1+i)} = S/.1000.\frac{i}{1+i}$$

Deducimos así que:

$$d = \frac{i}{1+i}$$

y despejando "i":

$$i = \frac{d}{1-d}; i > d;$$

Estas dos ecuaciones relacionan la tasa anticipada y la tasa vencida con la cuales se obtiene el mismo descuento. Sin embargo el método es diferentes, pues, con la tasa vencida tenemos el "descuento racional" y con la tasa anticipada, el "descuento bancario".

Otro enfoque interesante para relacionar el descuento con la tasa de interés vencida y anticipada es el siguiente.
Multiplicando la anterior ecuación, tanto en el numerador como en el denominador por N, tenemos:

$$i = \frac{N.d}{N - N.d} = \frac{descuento\_bancario}{valor\_letra - descuento\_bancario}$$

$$i = \frac{descuento\_bancario}{préstamo\_descontado} = \frac{D}{P}$$

Sabemos que:

$$i = \frac{d}{1-d}$$

Poniendo la tasa vencida en función de la tasa anticipada, tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{d}{1-d} = \frac{D}{P}$$

despejando "d"

$$d = \frac{D}{P+D} = \frac{D}{N} = \frac{descuento}{valor\_letra}$$

Finalmente tenemos las siguientes ecuaciones que relacionan la tasa vencida con el descuento y el valor de la letra:

$$i = \frac{descuento\_bancario}{préstamo\_descontado} = \frac{D}{P}$$

$$d = \frac{descuento\_bancario}{valor\_letra} = \frac{D}{P+D} = \frac{D}{N}$$

si comparamos ambas tasa tenemos que

$$i = \frac{D}{P} > \frac{D}{P+D} = d$$

Deducimos así que si la tasa anticipada es equivalente a la tasa vencida, entonces que esta última es mayor que la primera

$$i > d$$

Si bien es cierto que la tasa anticipada tiene su valor equivalente como una tasa vencida, la conversión de una por otra no se puede efectuar directamente sobretodo cuando los periodos no coinciden como si es el caso de la conversión de las tasas vencidas.

Supongamos que tenemos una tasa de interés vencida anual y requerimos convertirla a una tasa de interés anticipada mensual. En este caso particular, lo primero que se debe hacer es convertir la tasa vencida anual a una tasa vencida mensual, de allí, convertir esta tasa vencida mensual a una tasa anticipada mensual con la fórmula deducida anteriormente.

En tal sentido, las fórmulas de conversión de una tasa vencida a una tasa anticipada o viceversa sólo se pueden aplicar cuando ambas tasas están en la misma unidad de tiempo. De no ser así, entonces, las tasas vencidas deberán ser convertidas de tal manera que la tasa anticipada y la tasa vencida coincidan en la unidad de tiempo.

Si tenemos una tasa anticipada anual y queremos convertirla a una tasa anticipada mensual, entonces seguimos los pasos de la Figura Nº 3.

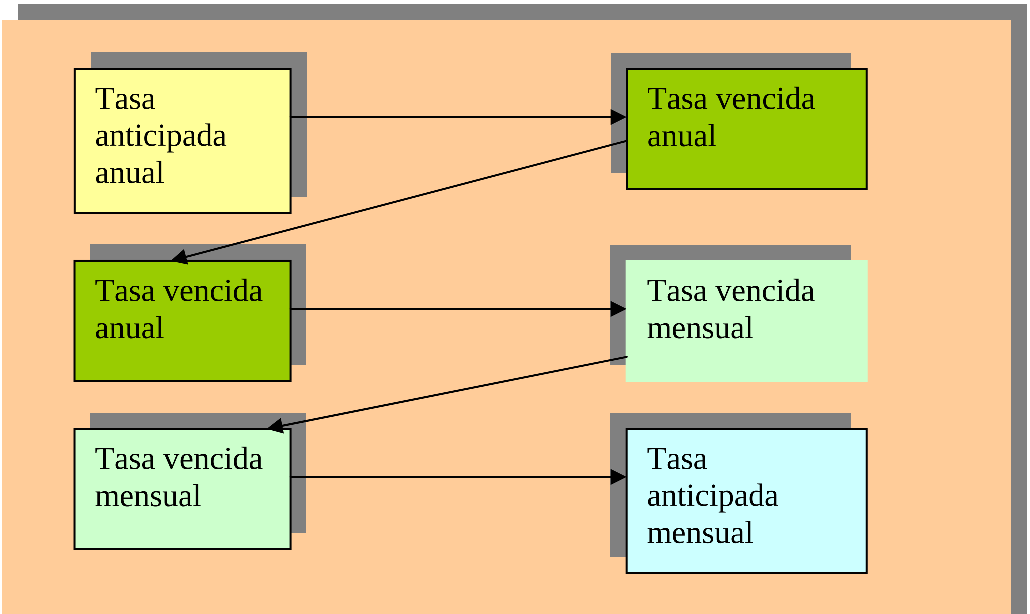

Figura Nº 2

Hemos visto así que para convertir tasas anticipadas tenemos que utilizar como vías las tasas vencidas. Sin embargo en las aplicaciones una manera directa de efectuar las conversiones.

Aplicaciones: El Valor presente utilizando la tasa anticipada

El valor presente de un valor futuro lo obtenemos con la siguiente fórmula:

$$P = \frac{N}{(1+i)^n}$$

En este caso, el descuento se efectúa utilizando una tasa de interés vencida y "n" veces. Si "i" está en días, entonces "n" también deberá estar en días, es decir, la unidad de tiempo de "i" y "n" debe ser la misma.

Sabiendo que:

$$i = \frac{d}{1-d}$$

y reemplazando esta ecuación en el valor presente "P":

$$P = \frac{N}{(1+i)^n} = \frac{N}{(1+\frac{d}{1-d})^n} = \frac{N}{(\frac{1-d+d}{1-d})^n} = \frac{N}{(\frac{1}{1-d})^n} = \frac{N.(1-d)^n}{1}$$

luego tenemos que:

$$P = N.(1-d)^n$$

En este caso, si "d" es una tasa de interés anticipada mensual, entones "n" deberá estar en meses. Si "d" está en días, entonces "n" deberá estar también en días.

Supongamos que la unidad de tiempo de "d" es diaria y "n" son 45 días, entonces:

$$P = N.(1-d_{diaria})^{45} = N.(1-d_{45\_días})^{1}$$

En la anterior ecuación, se puede usar la tasa anticipada para 45 días donde "n" tendría un valor igual que uno (un periodo de 45 días), o la tasa anticipada diaria pero el valor de "n" sería igual que 45.

Así, nos quedamos con la siguiente expresión:

$$(1-d_{diaria})^{45} = (1-d_{45\_días})$$
$$d_{45\_días} = 1-(1-d_{diaria})^{45}$$

y despejando la tasa anticipada diaria, tenemos:

$$(1-d_{diaria})^{45} = (1-d_{45\_días})$$
$$d_{diaria} = 1-(1-d_{45\_días})^{\frac{1}{45}}$$

En este ejemplo, el valor presente se puede estimar utilizando una tasa de interés anticipada de 45 días o diaria, y lo que diferenciaría cada uno de estos das maneras es el exponente "n"

Siguiendo el mismo método, entonces podríamos sostener que:

$$(1-d_{mensual})^{12} = (1-d_{anual})$$
$$d_{anual} = (1-d_{mensual})^{12} - 1$$

y también:

$$(1-d_{mensual})^{12} = (1-d_{anual})$$
$$d_{mensual} = 1-(1-d_{anual})^{\frac{1}{12}}$$

Supongamos que tenemos una tasa de interés anticipada anual y requerimos una tasa anticipada para 38 días, entonces:

$$(1-d_{38\_díasl})^{\frac{360}{38}} = (1-d_{anual})$$
$$d_{38\_días} = 1-(1-d_{anual})^{\frac{38}{360}}$$

y si queremos estimar la tasa anual teniendo el dato de la tasa anticipada para 38 días

$$(1-d_{38\_díasl})^{\frac{360}{38}} = (1-d_{anual})$$

$$d_{anual} = (1-d_{38\_días})^{\frac{360}{38}} - 1$$

De lo explicado anteriormente, podemos generalizar de la siguiente manera:

$$(1-d_{X\_días})^{\frac{360}{X\_días}} = (1-d_{anual})$$

$$d_{anual} = 1-(1-d_{X\_días})^{\frac{360}{X\_días}}$$

$$(1-d_{X\_días})^{\frac{360}{X\_días}} = (1-d_{anual})$$

$$d_{X\_días} = 1-(1-d_{anual})^{\frac{X\_días}{360}}$$

Esta generalización se puede también aplicar al caso de la conversión de una tasa de interés anticipada mensual a una tasa anticipada de X días, y viceversa.

De lo explicado anteriormente, el valor presente utilizando una tasa de interés anticipada cuya unidad de tiempo no coincida con los periodos de descuento, deducimos la siguiente fórmula:

$$P = N.(1-d)^{\frac{horizonte\_del\_descuento}{horizonte\_de\_tasa\_anticipada}}$$

Por ejemplo, si tenemos una tasa de interés vencida anual y una letra se descuenta 5 meses, y queremos expresar "P" en función de la tasa de interés anticipada, tenemos que:

$$P = \frac{N}{(1+i_a)^{\frac{5}{12}}} = \frac{N}{(1+\frac{d_a}{1-d_a})^{\frac{5}{12}}} = \frac{N}{(\frac{1-d_a+d_a}{1-d_a})^{\frac{5}{12}}} = \frac{N}{(\frac{1}{1-d_a})^{\frac{5}{12}}} = N.(1-d_a)^{\frac{5}{12}}$$

Vemos así que el numerador de la potencia "n" es el horizonte del descuento, en este caso, 5 meses, y el denominador es el horizonte de la tasa de interés anticipada a ser utilizada.

Generalizando, tenemos que:

a) Valor presente teniendo una tasa de interés anticipada anual y X días de descuento:

$$P = N.(1 - d_{anual})^{\frac{X\_días}{360}}$$

b) Valor presente teniendo una tasa de interés anticipada mensual y X días de descuento:

$$P = N.(1 - d_{mensual})^{\frac{X\_días}{30}}$$

c) Valor presente teniendo una tasa de interés anticipada de Y días y X días de descuento:

$$P = N.(1 - d_{Y\_días})^{\frac{X\_días}{Y\_días}}$$

d) Valor presente teniendo una tasa de interés anticipada diaria y X días de descuento:

$$P = N.(1 - d_{diaria})^{X\_días}$$

e) Valor presente teniendo una tasa de interés anticipada de X días y X días de descuento:

$$P = N.(1 - d_{X\_días})^{1}$$