DOCUMENTO DE INVESTIGACIÓN TEÓRICA

"EL MODELO DE DESCUENTO DE DIVIDENDOS"

Mg. Marco Antonio Plaza Vidaurre

Julio 2005

El Modelo de Descuento de Dividendos[1] (DDMs)

Mg. Marco Antonio Plaza Vidaurre

Resumen

Este documento desarrolla y explica el modelo de descuento de dividendos, del texto de Sharpe, “Fundamentos de Inversiones: Teoría y práctica”, 3era. y tiene como objetivo brindar a los alumnos del curso de Matemática Financiera material teórico de aplicación de los conceptos normalmente desarrollados en el este último curso mencionado así como de una preparación para los cursos de Finanzas. En tal sentido, este documento es académico y explica el modelo desarrollado por el autor citado dando énfasis en los procedimientos de la matemática Financiera

[1] Alexander, Sharpe, Bailey, Fundamentos de Inversiones: Teoría y práctica, capítulo 15, Tercera Edición, 2003

El Modelo de Descuento de Dividendos (DDMs)

Mg. Marco Antonio Plaza Vidaurre

Introducción

Las empresas cuando desean aumentar su capital se endeudan o emiten acciones ordinarias. Estas acciones generan dividendos que son las ganancias distribuidas entre sus accionistas. Sin embargo la empresas puede retener parte de estas ganancias con la finalidad de invertir.

La emisión de acciones por vez primera se efectúa en un mercado denominado “el mercado primario”, es decir, es cuando la empresa vende sus acciones nuevas. El mercado secundario es aquel donde se negocian las acciones ya emitidas. En este mercado, los poseedores de acci0ones pueden venderlas con la finalidad de contar con liquidez. En este mercado donde, dada la demanda y oferta de estos valores financieros, se forma el precio y la tasa de rentabilidad. En este documento se desarrolla los métodos de matemática financiera que permiten diseñar modelos para valuar a las acciones considerando dividendos de crecimiento cero así como dividendos que crecen a una tasa porcentual constante. Finalmente, se utiliza el método del ratio precio beneficio con la finalidad de estimar el flujo de dividendos

1.- Método de Valuación de Capitalización del Ingreso

El valor verdadero o intrínseco de un activo financiero se estima en base al flujo de efectivo esperado que producirá el activo financiero en el futuro.

Estos flujos se descuentan utilizando una tasa de descuento que reflejan no solamente el valor del tiempo del dinero sino también el riesgo de los flujos de efectivo. En tal sentido, las siguientes ecuaciones sintetizan el valor presente de un flujo de rentas:

$$V = \frac{C_1}{(1+k)^1} + \frac{C_2}{(1+k)^2} + ...$$

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{C_t}{(1+k)^t}$$

Donde “V” es el valor intrínseco o valor verdadero.

“C” índice el flujo de efectivo esperado.

El valor de “t” tiende a infinito.

La tasa “k” representa la tasa de descuento apropiada para los flujos de efectivo del mismo grado de riesgo.

El periodo tiende a infinito dado que se desconoce el tiempo que el accionista poseerá la acción

Supongamos que comprar un activo hoy nos cuesta “P”, luego el valor presente neto del activo financiero (VPN) será:

$$VPN = V - P$$

$$VPN = (\sum_{t=1}^{\infty} \frac{C_t}{(1+k)^t}) - P$$

Este concepto es el mismo que se utiliza para estimar el valor presente neto de un perfil o proyecto económico, es decir, es el mismo modelo que se utiliza para la evaluación económica de un proyecto.

El mismo criterio se utiliza para evaluar la compra de los activos financieros, como es el caso de una acción ordinaria.

Si el VPN de un activo financiero es mayor que cero, VPN > 0, entonces se dice que el valor financiero está subvaluado o depreciado.

$$VPN > 0$$
$$V - P > 0$$
$$V > P$$
$$(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{C_t}{(1+k)^t}) > P$$

Si el VPN de un activo financiero es menor que cero, VPN < 0, entonces se dice que el valor financiero está sobrevaluado o apreciado. También se plantea que el valor financiero tiene un precio excesivo.

$$VPN < 0$$
$$V - P < 0$$
$$V < P$$
$$(\sum_{t=1}^{\infty} \frac{C_t}{(1+k)^t}) < P$$

2.- La Tasa Interna de Rendimiento

La Tasa Interna de Rendimiento es similar a la Tasa Interna de Retorno que se utiliza en la evaluación económica de los perfiles y proyectos económicos. A diferencia de la Tasa Interna de Retorno Modificada o la Tasa de Rentabilidad Verdadera, ésta es la rentabilidad considerando que las rentas obtenidas en el proyecto son reinvertidas teniendo como tasa de rentabilidad la tasa de oportunidad del mercado, es decir, la ganancia que se estaría dejando de lado por llevar el proyecto. Sin embargo la TIR en un proyecto es la tasa de descuento que iguala la inversión al valor presente del flujo de rentas del proyecto. Este concepto se aplica para estimar la tasa de rentabilidad de un activo financiero.

En tal sentido, la tasa de descuento que hace que el valor presente neto de un activo financiero sea igual que cero es la tasa interna de rendimiento TIR

$$VPN = V - P = 0$$

$$0 = (\sum_{t=1}^{\infty} \frac{C_t}{(1+k)^t}) - P$$

A su vez, la anterior ecuación se puede escribir de la siguiente forma:

$$P = V$$

$$P = (\sum_{t=1}^{\infty} \frac{C_t}{(1+k)^t})$$

El método del valor presente neto tiene riesgos, toda vez que una acción puede ser mal valuada y por tanto llevar a decisiones erróneas.

La utilidad de cualquier método depende de la habilidad para pronostica del analista.

3.- Aplicación del modelo a las Acciones Ordinarias

Asumiendo los dividendos de la acción, el modelo para estimar el valor intrínseco de una acción es:

$$V = \frac{D_1}{(1+k)^1} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + ...$$

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t}$$

Este es el "*modelo de descuento de dividendos*"

El inconveniente de este modelo es que el analista debe pronosticar todos los dividendos futuros y también que no se tiene un tiempo de vida fijo.

Se asume que los dividendos crecen a una tasa determinada

$$D_t = D_{t-1}.(1+g_t)$$

donde g_t es la tasa de crecimiento de los dividendos año a año.

Luego: $$\frac{D_t - D_{t-1}}{D_{t-1}} = g_t$$

4.- El Modelo de crecimiento cero

Tenemos que:

$$V = \frac{D_o}{(1+k)^1} + \frac{D_0}{(1+k)^2} + ...$$

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_0}{(1+k)^t}$$

$$V = D_0 \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+k)^t}$$

Se sabe que:

$$V = D_0 \left[\frac{1}{(1+k)^1} + \frac{1}{(1+k)^2} + ... \right]$$

siguiendo la teoría de una progresión decreciente:

$$suma = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

luego:

$$\left[\frac{1}{(1+k)^1} + \frac{1}{(1+k)^2} + ... \right] = \frac{\frac{1}{1+k}\left[1-(\frac{1}{1+k})^n\right]}{1-\frac{1}{1+k}} = \left[\frac{1}{k}(1-\frac{1}{(1+k)^n} \right]$$

Si "n" tiende a infinito, entonces la serie decreciente queda de la siguiente manera:

$$\left[\frac{1}{(1+k)^1} + \frac{1}{(1+k)^2} + ... \right] = \left[\frac{1}{k} \right]$$

Luego, el valor intrínseco de la acción será

$$V = D_0\left[\frac{1}{k}\right]$$

5.- La Tasa Interna de Retorno

Sabemos que:

$$VPN = V - P$$
$$VPN = D_0\left[\frac{1}{k}\right] - P$$

Si igualamos a cero tenemos que

$$D_0\left[\frac{1}{k^*}\right] = P$$

donde k^* será la Tasa Interna de Rentabilidad. Despejando:

$$k^* = D_0\left[\frac{1}{P}\right]$$

6.- El Modelo de crecimiento constante

Los dividendos crecen a una tasa constante de la siguiente forma:

$$D_t = D_{t-1}.(1+g_t)$$

y en función de un dividendo constante, tenemos:

$$D_t = D_0.(1+g_t)^t$$

El Valor Presente Neto será:

$$VPN = V - P$$
$$VPN = \sum_{t=1}^{\infty} D_0\left[\frac{1+g}{1+k}\right]^t - P$$

simplificando

$$VPN = -P + D_0\sum_{t=1}^{\infty}\left[\frac{1+g}{1+k}\right]^t$$

donde “Do” es el valor del dividendo del año anterior.

Siguiendo la teoría de una anualidad vencida con gradiente geométrico creciente, tenemos que:

$$\frac{R_1}{1+k}+\frac{R_1(1+g)}{1+k}+\frac{R_1(1+g)^2}{1+k}+.....=\frac{R_1}{k-g}$$

sabemos que $R_1 = R_0(1+g)$

entonces:

$$\frac{R_0(1+g)}{1+k}+\frac{R_0(1+g)^2}{(1+k)^2}+\frac{R_0(1+g)^3}{(1+k)_3}+.....=\frac{R_0(1+g)}{k-g}$$

luego

$$\frac{R_0(1+g)}{k-g}=\frac{R_1}{k-g}$$

reemplazando la renta de una anualidad por un dividendo, tenemos

$$\frac{D_0(1+g)}{1+k}+\frac{D_0(1+g)^2}{(1+k)^2}+\frac{D_0(1+g)^3}{(1+k)_3}+.....=D_0\sum_{t=1}^{\infty}\frac{(1+g)^t}{(1+k)^t}=\frac{D_0(1+g)}{k-g}$$

Luego:

$$\frac{D_0(1+g)}{k-g}=\frac{D_1}{k-g}$$

El Valor presente neto será:

$$VPN=-P+D_0\frac{1+g}{k-g}$$

La tasa interna de rendimiento se halla cuando el valor presente neto se iguala a cero, entonces:

$$0=-P+D_0\frac{1+g}{k^*-g}$$

despejando la tasa de rendimiento k*

$$k^* = \frac{D_0}{P}(1+g) + g$$
$$k^* = \frac{D_1}{P} + g$$

7.- Modelo de Crecimiento Múltiple

En este modelo, lo dividendos no necesitan un patrón definido hasta un tiempo "T"

Luego de este periodo T, los dividendos crecerán a una tasa constante.

El inversionista pronostica los dividendos, el periodo "T" y la tasa de crecimiento de los dividendos "g".

En tal sentido, los dividendos crecerán de la siguiente forma:

$$D_{T+1} = D_T(1+g)$$
$$D_{T+2} = D_{T+1}(1+g) = D_T(1+g)^2$$
$$D_{T+3} = D_{T+2}(1+g) = D_T(1+g)^3$$

El valor presente neto

El valor presente de los dividendos es estimado en dos etapas. La primera etapa consiste en el valor presente de los dividendos previstos hasta el periodo "T".

La segunda etapa consiste en estimar el valor presenta de los dividendos que crecen a una tasa constante.

Primera etapa:

El valor presente de los dividendos desde el periodo "0" hasta el periodo "T"

$$V_{T-} = \sum_{t=1}^{T} \frac{D_t}{(1+k)^t}$$

Segunda Etapa

El valor presente en el periodo T de la serie de los dividendos con gradiente geométrico creciente

$$V_T = D_{T+1}\left[\frac{1}{(k-g)}\right]$$

El valor presente de " V_T " en el periodo "0"

$$V_{T+} = D_{T+1}\left[\frac{1}{(k-g).(1+k)^T}\right]$$

Luego, el valor presente estimado de cada una de las dos etapas:

$$V = V_{T-} + V_{T+}$$

$$V = \sum_{t=1}^{T}\frac{D_t}{(1+k)^t} + D_{T+1}\left[\frac{1}{(k-g).(1+k)^T}\right]$$

Entonces el valor presente neto será:

$$VPN = -P + \sum_{t=1}^{T}\frac{D_t}{(1+k)^t} + D_{T+1}\left[\frac{1}{(k-g).(1+k)^T}\right]$$

La tasa interna de rendimiento será la tasa de descuento que hace el VPN igual a cero, luego:

$$P = \sum_{t=1}^{T}\frac{D_t}{(1+k^*)^t} + \left[\frac{D_{T+1}}{(k^*-g).(1+k^*)^T}\right]$$

15.5 Valuación basada en un periodo de tenencia finita

La técnica para la evaluación de los dividendos es similar.

El valor intrínseco de la acción considera el valor de la acción esperado al final del periodo considerado para el análisis, es decir, se considera el precio esperado de la acción.

En adición, se considera el flujo de los dividendos.

En resumen, el valor intrínseco de la acción es el flujo de dividendos descontados y el valor presente del precio esperado de la acción.

Asumiendo una acción que se vendería dentro de un año a un precio esperado y que pagaría un dividendo previsto, entonces, el valor intrínseco de la acción será:

$$V = \frac{D_1}{(1+k)} + \frac{P_1}{(1+k)}$$

El precio esperado de la acción dentro de un año se estima en base al flujo descontado de los dividendos que se esperan recibir en el futuro, es decir, a partir del año 2.

$$P_1 = \frac{D_2}{(1+k)} + \frac{D_3}{(1+k)^2} + \frac{D_4}{(1+k)^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

simplificando:

$$P_1 = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^{t-1}}$$

sustituyendo en:

$$V = \frac{D_1}{(1+k)} + \frac{P_1}{(1+k)}$$

tenemos:

$$V=\frac{D_1}{(1+k)}+\left[\frac{D_2}{(1+k)}+\frac{D_3}{(1+k)^2}+\frac{D_4}{(1+k)^3}+.........\right]\frac{1}{(1+k)}$$

$$V=\frac{D_1}{(1+k)}+\left[\frac{D_2}{(1+k)^2}+\frac{D_3}{(1+k)^3}+\frac{D_4}{(1+k)^4}+.........\right]$$

$$V=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{D_t}{(1+k)^t}$$

Valuar una acción ordinaria descontando sus dividendos hasta algún punto en el futuro y su precio de venta esperado en ese momento, es igual que valuar la acción descontando todos sus dividendos futuros.

7.- Modelos basados en las razones precio utilidades

Se asume una relación precio utilidad de la siguiente manera:

$$relación\_precio\_utilidad=\frac{precio}{utilidad}$$

A esta relación se le denomina *razón precio utilidades Normal* para la acción. La utilidad en el siguiente periodo se estima, E_1, y el producto de la razón antes mencionada y de la utilidad estimada, nos da el precio esperado en el siguiente periodo, digamos, P_1.

En tal sentido, el rendimiento esperado en el siguiente periodo será igual a:

$$ren\mathrm{dim}iento\_esperado=\frac{P_1-P+D_1}{P}$$

A veces los analistas estiman utilidades por acción en escenarios optimistas y pesimistas.

También se compara la razón precio utilidad de la de la acción con su razón precio utilidades “normal”.

Asumiendo:

$$p_t = \frac{D_t}{E_t}$$

que es el margen de dividendos, es decir, la proporción del dividendo en relación a la utilidad de la acción. Despejando obtenemos:

$$D_t = p_t E_t$$

Cuando el analista pronostica utilidades por acción y el respectivo margen de dividendos, estará pronosticando los dividendos de la acción.

Utilizando el modelo de descuentos de dividendos donde se estima el valor intrínseco de la acción, ahora se tiene como objetivo estima la relación precio utilidades de la acción.

Tenemos:

$$V = \frac{D_1}{(1+k)^1} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + ...$$

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t}$$

que es el valor intrínseco de la acción en n periodo infinito. Aplicando y reemplazando el numerador por el producto de la relación margen de dividendos y la utilidad esperada, tenemos que:

$$V = \frac{p_1 E_1}{(1+k)^1} + \frac{p_2 E_2}{(1+k)^2} + ...$$

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{p_t E_t}{(1+k)^t}$$

Al igual que los dividendos pueden crecer de periodo a periodo, las utilidades por acción también pueden tener una tasa de crecimiento constante. Luego:

$$E_t = E_{t-1}(1 + g_{et})$$

que es la ecuación que explica el crecimiento de la utilidad de la acción. Luego la anterior ecuación se pone en función de la utilidad del periodo anterior E_0.

Entonces tenemos:

$$
\begin{aligned}
E_1 &= E_0(1+g_{e1}) \\
E_2 &= E_1(1+g_{e2}) = E_0(1+g_{e1})(1+g_{e2}) \\
E_3 &= E_2(1+g_{e3}) = E_0(1+g_{e1})(1+g_{e2})(1+g_{e3})
\end{aligned}
$$

donde E_0 es el nivel real de utilidades por acción durante el periodo anterior, E_1, es el nivel esperado de utilidades por acción durante el próximo año, E_2, es el nivel esperado de utilidades por acción durante el año posterior a E_1, y así sucesivamente.

Reemplazando estas ecuaciones de las utilidades en la ecuación del valor intrínseco planteada líneas arriba, tenemos:

$$V = \frac{p_1 E_0(1+g_{e1})}{(1+k)^1} + \frac{p_2 E_0(1+g_{e1})(1+g_{e2})}{(1+k)^2} + \frac{p_3 E_0(1+g_{e1})(1+g_{e2})(1+g_{e3})}{(1+k)^3} + ...$$

Dividiendo la ecuación anterior entre el valor de la utilidad real del periodo anterior E_0:

$$\frac{V}{E_0} = \frac{p_1(1+g_{e1})}{(1+k)^1} + \frac{p_2(1+g_{e1})(1+g_{e2})}{(1+k)^2} + \frac{p_3(1+g_{e1})(1+g_{e2})(1+g_{e3})}{(1+k)^3} + ...$$

Esta función se simplifica de la siguiente manera

$$\frac{V}{E_0} = f(\overset{+}{p_i}, \overset{+}{g_i}, \overset{-}{k})$$

que significa que la relación precio utilidades “normal” será mayor cuando el margen de dividendos y la tasa de crecimiento esperada de las utilidades sean mayores; y la relación precio utilidades “normal” será menor cuando mayor sea la tasa de rendimiento requerida.

Luego, si la relación precio utilidades normal es mayor que la relación precio utilidad real (del mercado), la acción estará depreciada:

$$\frac{V}{E_0} > \frac{P}{E_0}$$

y tendrá un precio excesivo cuando:

$$\frac{V}{E_0} < \frac{P}{E_0}$$

7.1.- El Modelo de Crecimiento Cero

En este modelo se asume que:

$$D_0 = E_0 = D_1 = E_1 = D_2 = E_2$$

luego:

$$V = \frac{D_0}{k} = \frac{E_0}{k}$$

si dividimos la ecuación anterior entre la utilidad de la acción del periodo anterior E_0, tenemos:

$$\frac{V}{E_0} = \frac{1}{k}$$

7.2.- El Modelo de Crecimiento Constante

En este modelo se asume que la tasa de crecimiento de las utilidades es constante, luego:

$$E_1 = E_0(1+g_e)$$
$$E_2 = E_1(1+g_e) = E_0(1+g_e)(1+g_e) = E_0(1+g_e)^2$$
$$E_3 = E_2(1+g_e) = E_0(1+g_e)^2(1+g_e) = E_0(1+g_e)^3$$

y así sucesivamente:

Teniendo la siguiente ecuación:

$$V = \frac{p_1 E_1}{(1+k)^1} + \frac{p_2 E_2}{(1+k)^2} + ...$$

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{p_t E_t}{(1+k)^t}$$

y asumiendo que :

$$p_t = p$$

y que las utilidades crecen a una tasa constante de la siguiente manera:

$$E_1 = E_0 (1+g_e)^t$$

luego:

$$V = \frac{pE_0 (1+g_e)}{(1+k)^1} + \frac{pE_0 (1+g_e)}{(1+k)^2} + ...$$

$$V = p.E_0 \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1+g_e)^t}{(1+k)^t} = p.E_0 \left[\frac{1+g_e}{k-g_e} \right]$$

Como las utilidades de la acción están conectadas en el tiempo a través de la tasa de crecimiento, lo mismo se puede hacer con el dividendo. Tenemos así que:

$$E_t = E_{t-1} (1+g_e)$$

reemplazando:

$$E_t p = D_t$$

$$E_{t-1}.p = D_{t-1}$$

tenemos que:

$$D_t = D_{t-1} (1+g_e)$$

Esta ecuación nos explica que los dividendos crecerán a la tasa que crecen las utilidades. Si la siguiente ecuación:

$$V = p.E_0 \left[\frac{1+g_e}{k-g_e} \right]$$

la dividimos entre E_0, obtenemos:

$$\frac{V}{E_0} = p\left[\frac{1+g_e}{k-g_e}\right]$$

que es la razón precio utilidad "normal" de la acción.

7.3 Modelo de Crecimiento Múltiple

Anteriormente vimos el modelo de crecimiento múltiple:

$$V = V_{T-} + V_{T+}$$
$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{D_t}{(1+k)^t} + D_{T+1}\left[\frac{1}{(k-g).(1+k)^T}\right]$$

si asumimos que las utilidades crecen a una tasa hasta el periodo "t", tenemos que:

$$E_t = E_0(1+g_{e1})(1+g_{e2})(1+g_{e3}).........(1+g_{et})$$

recordando que:

$$D_t = p_t E_t$$

reemplazando:

$$D_t = p_t E_0(1+g_{e1})(1+g_{e2})(1+g_{e3}).........(1+g_{et})$$

Una vez que tenemos la expresión de los dividendos proyectados a una tasa de crecimiento, reemplazamos en la ecuación del valor intrínseco "V":

$$V = V_{T-} + V_{T+}$$
$$V = \sum_{t=1}^{T} \frac{p_t E_t}{(1+k)^t} + p_{T+1}E_{T+1}\left[\frac{1}{(k-g).(1+k)^T}\right]$$

el primer sumando de la derecha de la ecuación anterior sería:

$$V_{T-} = \frac{p_1 E_0 (1+g_{e1})}{(1+k)} + \frac{p_2 E_0 (1+g_{e1})(1+g_{e2})}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{p_T E_0 (1+g_{e1})(1+g_{e2})......(1+g_{eT})}{(1+k)^T}$$

y el segundo miembro sería:

$$V_{T+} = \frac{pE_0 (1+g_{e1})(1+g_{e2})...........(1+g_{eT})}{(1+k)^T}(1+g)\frac{1}{(k-g)}$$

PRIMER TÉRMINO	SEGUNDO TÉRMINO	TERCER TÉRMINO
Proyecta el dividendo al periodo T	proyecta el Dividendo del periodo T al periodo T+1	actualiza la serie infinita que crece a la tasa "g"

donde el primer término es la proyección de los dividendos con un margen de dividendos "p", pero que crece a las mismas tasas "$g_{e1,}g_{e2}$" hasta "g_{eT}". El segundo término "$1+g$" es el factor que proyecta (capitaliza) el valor del dividendo en el periodo T hacia el periodo "T+1". Y el último término actualiza la serie infinita que crece a la tasa "g"

Si la ecuación:

$$V = V_{T-} + V_{T+}$$

la dividimos entre E_0, obtenemos:

$$\frac{V}{E_0} = \frac{p_1 (1+g_{e1})}{(1+k)} + \frac{p_2 (1+g_{e1})(1+g_{e2})}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{p_T E_0 (1+g_{e1})(1+g_{e2})......(1+g_{eT})}{(1+k)^T}$$
$$+ \frac{p(1+g_{e1})(1+g_{e2})...........(1+g_{eT})}{(1+k)^T}(1+g)\frac{1}{(k-g)}$$

8.- Fuentes de Crecimiento de Ganancias

Si la empresa no cuenta con fondos económicos para invertir y que el número de acciones no aumenta o disminuye inclusive, parte de las ganancias que no se pagan a los accionistas servirá para que la empresa invierta.

Si p_t es el margen de ganancia, $1-pt$ será el margen de retención, luego las inversiones serán:

$$I = (1-p_t).E_t$$

Luego las utilidades tendrán un crecimiento dada una tasa de rendimiento del capital “r”de la siguiente manera:

$$E_{t+1} = E_t + r_t I_t$$
$$E_{t+1} = E_t + r_t (1-p_t) E_t$$
$$E_{t+1} = E_t \left[1 + r_t (1-p_t)\right]$$

Sabemos que:

$$E_t = E_{t-1}(1+g_{et})$$

se puede deducir que:

$$E_{t+1} = E_t (1+g_{et+1})$$

lo que significa que:

$$g_{et+1} = r_t (1-p_t)$$

si la tasa de crecimiento de la utilidad por acción se mantiene constante en el tiempo, luego el rendimiento del capital promedio para las nuevas inversiones “r” y el margen de dividendos “p” también se mantendrían constantes en el tiempo.

En tal sentido, tenemos que:

$$g_e = r(1-p_t)$$

La tasa de crecimiento de los dividendos g g es igual que la tasa de crecimiento de las utilidades por acción g_e, tenemos:

$$g = r(1 - p)$$

donde "g" se conoce como la *tasa de crecimiento sustentable de la empresa.*

Teniendo la siguiente fórmula del valor intrínseco de la acción con crecimiento constante:

$$V = D_0 \frac{1+g}{k-g} = D_1 \frac{1}{k-g}$$

reemplazamos $g = r(1 - p)$, obteniendo:

$$V = D_0 \frac{1+r(1-p)}{k-r(1-p)}$$

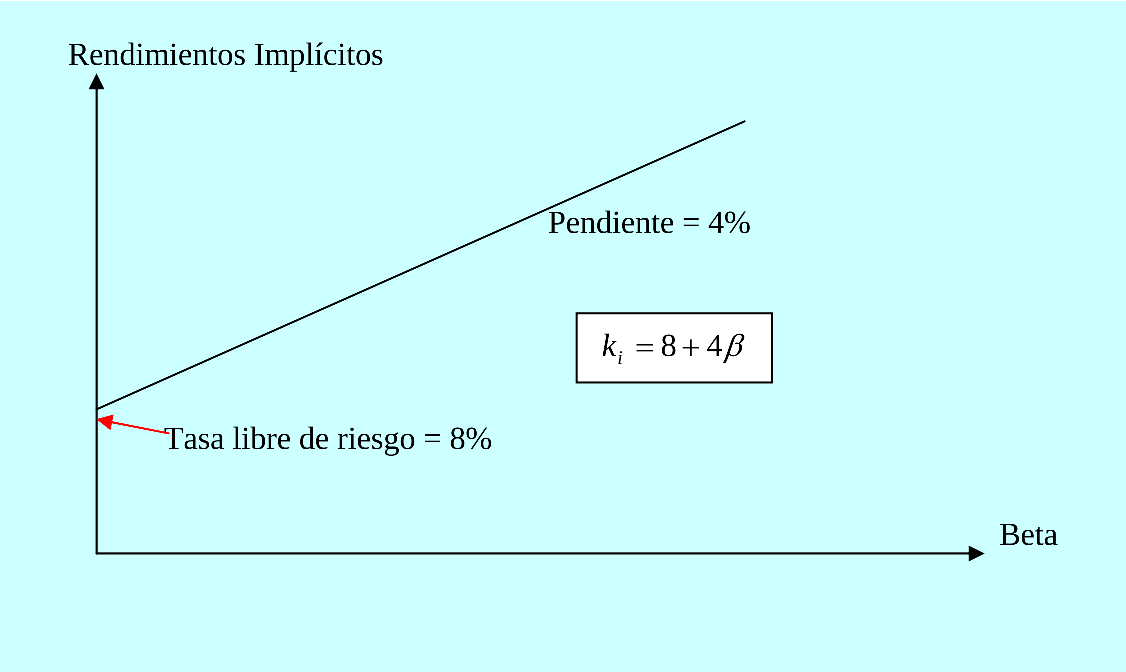
$$V = D_1 \frac{1}{k-r(1-p)}$$

9.- Alfa y la línea de mercado de valores

La tasa interna de rendimiento a largo plazo de una acción ordinaria se conoce como rendimiento implícito de la acción.

Conocidos los rendimientos implícitos de varias acciones, se puede estimar la beta asociada a cada acción.

Con el método de la regresión lineal se puede trazar una gráfica con los rendimientos implícitos en el eje vertical y las betas estimadas en el eje horizontal.



En el gráfico de arriba se aprecia que el intercepto o la tasa libre de riesgo es del 8% y la pendiente de la recta es del 4% que significa que si el beta aumenta en 1%. El rendimiento implícito de la acción se incrementa en 4%.

Se podrían dar casos en que la recta tenga pendiente negativa.

Supongamos que la ABC tiene un beta estimada de 1.1 entonces tendría un rendimiento requerido igual a:

$$8 + 4 * 1.1 = 12.4\%$$

Este sería el rendimiento requerido de una acción.

Se puede calcular la diferencia entre el rendimiento implícito de la acción, con los DDMs, y el rendimiento requerido.

Esta diferencia se considera una medida del grado de mala valuación de la acción. Este valor se conoce como rendimiento anormal de la acción o ALFA.

Los Alfas positivos indican valores depreciados y los alfas negativos, precio excesivo.

El rendimiento requerido de ABC era de 12.4% y el rendimiento implícito era de 14.8%, entonces, el alfa es positivo (14.8%-12.4%).

Luego la acción de ABC esta depreciadas.

El atractivo relativo de acciones y los se puede evaluar comparando el rendimiento implícito para una cartera de acciones con el rendimiento esperado de los bonos.

La diferencia entre los rendimientos de la acción y de los bonos se puede usar como una entrada para las recomendaciones acerca de los porcentajes del dinero de un inversionista que deben dedicarse a acciones y bonos.

Por ejemplo, mientras mayor sea la diferencia entre el rendimiento implícito de las acciones respecto a los bonos, mayor deberá ser el porcentaje de dinero del inversionista que debe colocar en acciones ordinarias.

10.- Modelos de descuento de dividendos y rendimiento esperados

El rendimiento implícito de un valor, obtenido a partir de un DDM, se considera un “valor esperado” el mismo que tiene dos componentes:

a) rendimiento requerido
b) alfa del valor

Ejemplo:

1) un analista predice que la acción pagará $1.1 anualmente
2) la opinión del mercado (la mayoría de los demás accionistas) es los dividendos serán de un valor de $1.00
3) la predicción del analista no concuerda con la del resto
4) el analista y otros inversionistas están de acuerdo en que la tasa de rendimiento requerida de la acción es de 10%

5) Para el modelo de crecimiento cero indica que el valor de la acción será:

$$\frac{D_1}{0.10} = 10D_1$$

6) Esto significa que la acción debe venderse a diez veces su dividendos esperados.

7) Otros inversionistas esperan recibir $1.00 por acción, la acción tiene un precio P corriente de $10.00.

8) El analista piensa que la acción tiene un valor de

$$\frac{\$1.1}{0.10} = 11$$

9) luego la acción estará depreciada $11.00 - $10.00 = $1.00

10) En este caso, el rendimiento implícito según el analista será de:

$$\frac{\$1.1}{10} = 11\%$$

11) Si el analista compra una acción ahora y planea venderla un año después, ¿qué tasa de rendimiento esperaría ganar?

12) La respuesta depende de la suposición que se haga con respecto a la “tasa de convergencia de las predicciones del inversionista”, es decir, la reacción esperada del mercado a la mala valuación que el analista cree que existe actualmente.

Cantidad Esperada de convergencia

	0%	100%	50%
	(A)	(B)	(C)
Predicciones de dividendoD2			
Opinión general de los demás inversionistas	1.00	1.10	1.05
Analistas	1.10	1.10	1.10
Precio esperado de la acción P1	10.00	11.00	10.50
Rendimiento esperado			
Rendimiento de dividendos D1/P	11%	11%	11%
Ganancias de capital (P1-P)/P	0 +	10% +	5% +
Rendimiento total esperado	11%	21%	16%
Menos rendimiento requerido	10% -	10% -	10% -
Alfa	1%	11%	6%

NOTA:
P1 es igual a la predicción general de dividendos en t = 1 dividido entre el rendimiento requerido de 10%. El ejemplo supone que el precio actual P de la acción es $10, y que el pronóstico general de los dividendos en t = 0 es que permanecerán constantes en $1.00 por acción, mientras que el analista pronostica que los dividendos en t = 0 permanecerán constantes en $1.10 por acción